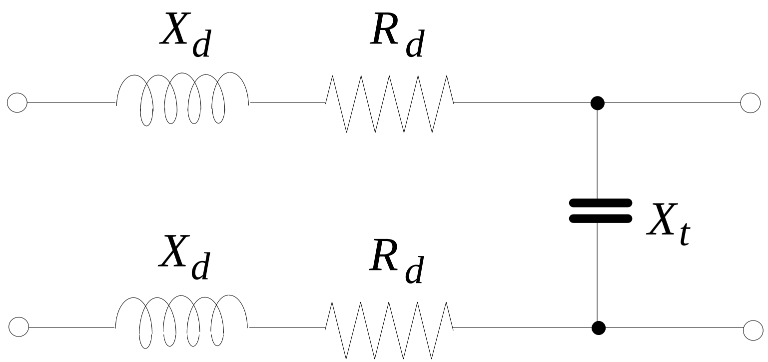
M. Fauri

Electrical Systems Engineering

Lezione 4
Dimensionamento delle linee elettriche in corrente alternata

Parametri delle linee elettriche in corrente alternata monofase a frequenza industriale

Nel caso della corrente alternata bisognerà tenere conto anche degli effetti induttivi e capacitivi che sono uniformemente distribuiti lungo lo sviluppo della linea



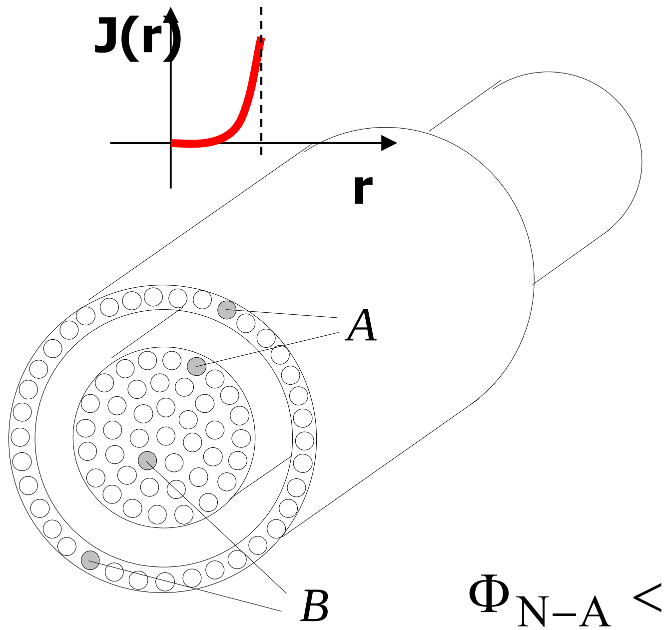
Se la sezione non è troppo estesa ($\varnothing \leq$ *20 mm*) la resistenza R_d coincide con quella calcolata in corrente continua secondo la relazione:

$$R_d \cong \frac{\rho\, d}{S}$$

Per sezioni maggiori si manifesta l'effetto pelle

Effetto pelle (1/2)

Nei conduttori massicci percorsi da corrente sinusoidale, la densità di corrente non è uniforme come in regime stazionari. La corrente tende a concentrarsi alla superficie del conduttore



Si consideri il conduttore massiccio ed il ritorno coassiale costituiti da tanti "spaghetti" di uguale sezione

Coppia A-A e coppia B-B

Ciascun "spaghetto" stessa ***R*** con il suo conduttore esterno di ritorno, è sottoposto alla stessa tensione:

$$\dot{V} = R\dot{I}_i + j\omega\Phi_{N-i} = \left(R + jX_i\right)\dot{I}_i$$

Da cui:

$$\dot{I}_i = \frac{\dot{V} - j\omega\Phi_{N-i}}{R} = \frac{\dot{V} - jX_i}{R}$$

$$\Phi_{N-A} < \Phi_{N-B}$$

$$L_A < L_B$$

$$X_A < X_B$$

$$I_A > I_B$$

Effetto pelle (2/2)

L'effetto pelle rende elettricamente "inutile" la parte interna del conduttore.
Aumenta le perdite perchè la corrente si concentra su una sezione minore di quella a disposizione sul conduttore massiccio

<u>Spessore di penetrazione</u>

Il cilindro massiccio ha le stesse perdite che avrebbe in corrente continua un tubo dello stesso raggio esterno e di spessore ***s***

Lo spessore di penetrazione dipende dalla resistività ρ, dalla permeabilità μ del materiale e dalla frequenza

Per cu: f = 50 *Hz* ➔ *s* = 10 *mm*;
(un conduttore che abbia ***D > 20 mm*** presenta uno spreco di materiale)

f = 500 *kHz* ➔ *s* = 0.1 *mm*.

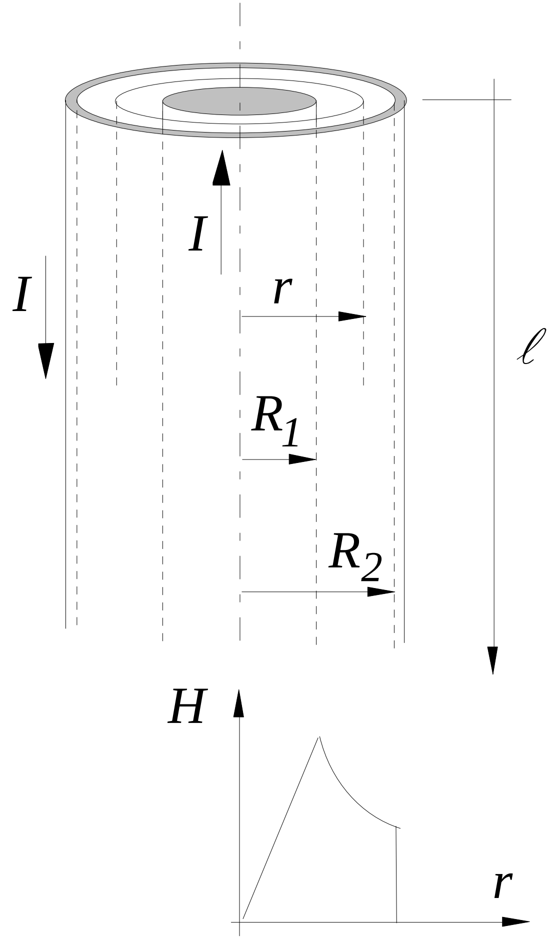
La corrente si può considerare uniformemente distribuita se ***r < s***

Costruire il conduttore interno a forma di tubo di spessore non superiore allo spessore di penetrazione
Realizzare il conduttore interno mediante una treccia di conduttori di diametro piccolo, isolati tra loro ed avvolti in modo tale che ogni conduttore assuma lungo la linea posizioni radiali diverse ➔ un flusso concatenato uguale per tutti

Coefficiente di autoinduzione in presenza di conduttori massicci – Cavo coassiale (1/3)

Il coefficiente di autoinduzione per conduttori massicci, deve tenere conto della energia magnetica accumulata sia all'interno della spira che nel volume del conduttore:

$$\boxed{W_m = \frac{1}{2} L\, I^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{L = \frac{2W_m}{I^2}}$$



Coefficiente di autoinduzione di un cavo coassiale

Si supponga che nel conduttore interno la corrente I sia uniformemente distribuita.

In ogni punto dello spazio, per simmetria le linee sono circonferenze concentriche con centro sull'asse.

Coefficiente di autoinduzione in presenza di conduttori massicci – Cavo coassiale (2/3)

All'interno del conduttore interno ($r < R_1$), si avrà

$$\boxed{\oint_\ell \overline{H}_i \cdot \overline{t}\, d\ell = \int_S \overline{J} \cdot \overline{n}\, dS}$$

Essendo J uniforme

$$\boxed{H_i\, 2\, \pi\, r = I\, \frac{r^2}{R_1^2}}$$

da cui:

$$\boxed{H_i = \frac{I\, r}{2\, \pi\, R_1^2}}$$

mentre per $R_1 < r < R_2$ si ottiene

$$\boxed{\begin{gathered} H_e\, 2\, \pi\, r = I \\ H_e = \frac{I}{2\, \pi\, r} \end{gathered}}$$

Nel conduttore esterno il campo magnetico scende con legge lineare dal valore a zero (per semplicità si considera infinitesimo lo spessore del conduttore esterno)

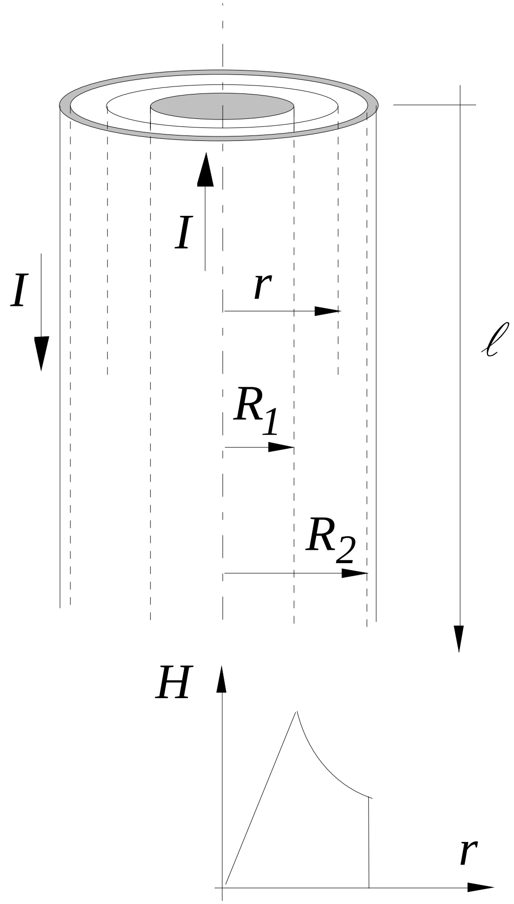
Coefficiente di autoinduzione in presenza di conduttori massicci – Cavo coassiale (3/3)

L'energia magnetica accumulata dal cavo coassiale risulta

$$W_m = W_{mi} + W_{me} = \int_{\tau_i} \frac{1}{2}\mu H_i^2 d\tau + \int_{\tau_e} \frac{1}{2}\mu H_e^2 d\tau$$

$$W_m = \frac{1}{2}\mu \int_0^{R_1} \frac{I^2 r^2}{4\pi^2 R_1^4} \ell\, 2\pi r\, dr + \frac{1}{2}\mu \int_{R_1}^{R_2} \frac{I^2}{4\pi^2 r^2} \ell\, 2\pi r\, dr$$

$$W_m = \frac{1}{2}\mu \frac{I^2 \ell}{2\pi R_1^4}\frac{R_1^4}{4} + \frac{1}{2}\frac{\mu I^2 \ell}{2\pi} ln\frac{R_2}{R_1}$$



Da cui il coefficiente di autoinduzione:

$$L = \frac{2 W_m}{I^2} = \frac{\mu \ell}{8\pi} + \frac{\mu \ell}{2\pi} ln\frac{R_2}{R_1}$$

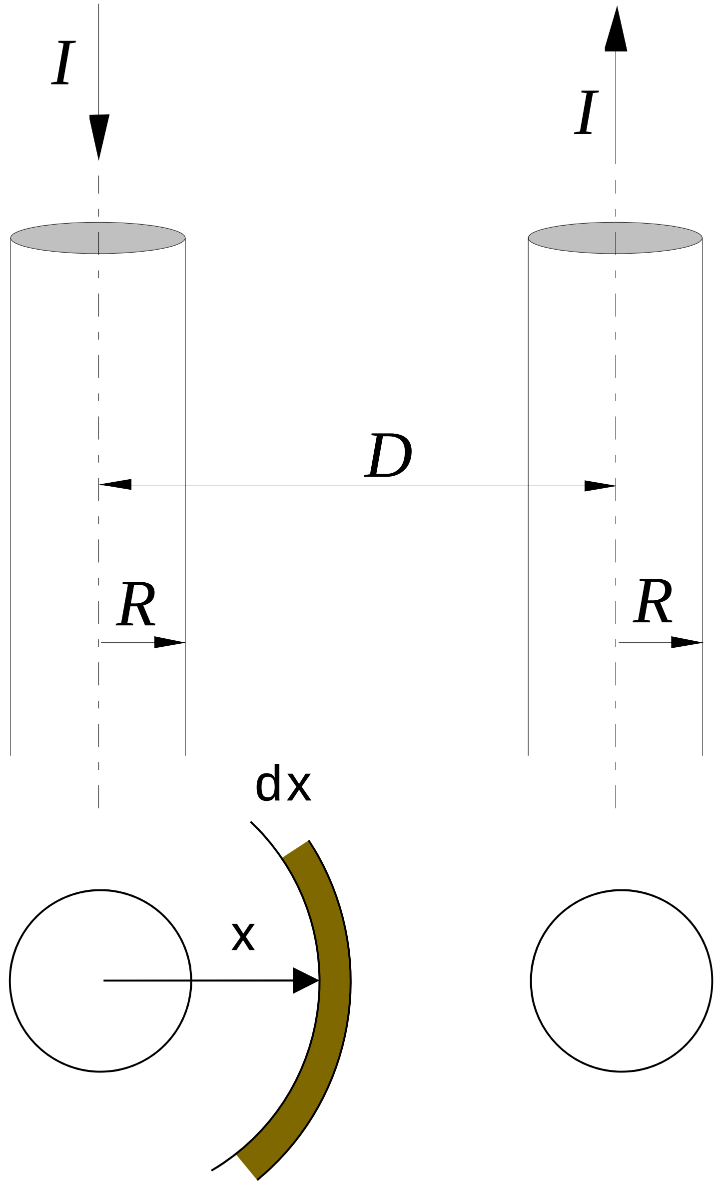
Il primo termine è proporzionale alla lunghezza del cavo (con $\mu=\mu_0$ → $50 \cdot 10^{-9}$ [H/m]

Il secondo dipende dal rapporto dei raggi, cioè dallo spessore di isolante

Coefficiente di autoinduzione in presenza di conduttori massicci – Linea bifilare

Linee di trasporto dell'energia elettrica.
Si assuma:

- conduttori di sezione circolare di raggio ***R***
- conduttori isoalti tra loro da una distanza ***D*** in aria molto maggiore del raggio del conduttore ***D >> R***



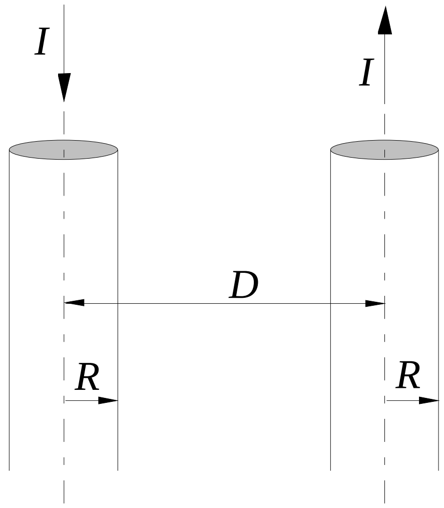
Linea costituita da due soli conduttori (linea bifilare) isolata in aria e sia ℓ=1m la lunghezza della linea

Si calcola l'induttanza dovuta a due termini: uno interno al conduttore (L') ed uno tra i due conduttori (L")

Il campo magnetico a distanza **x** vale:

$$\boxed{H_x = \frac{I}{2\pi x}}$$

Coefficiente di autoinduzione in presenza di conduttori massicci – Linea bifilare



Per una areola larga **dr**, lunga **1 m** e distante **r** dal conduttore si ottiene:

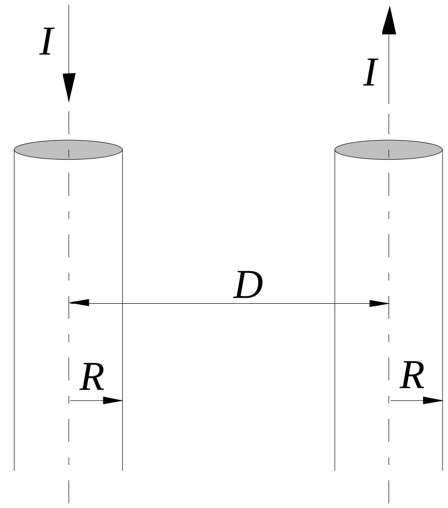
$$\boxed{\begin{array}{l} B_x = \mu_0 H_x \\[2em] d\Phi_x = B_x d_x \end{array}}$$

Tra i due conduttori, il flusso prodotto da uno dei due conduttori vale:

$$\boxed{\Phi' = \int_R^D B_x d_x = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_R^D \frac{1}{x} d_x = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\frac{D}{R} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\frac{2D}{d}}$$

Considerando D >> d/2 si può assumere che la distanza tra l'esterno dei conduttori è pressoché pari a quella tra i centri dei conduttori

Coefficiente di autoinduzione in presenza di conduttori massicci – Linea bifilare



E’ comodo considerare l’induttanza dovuta ad un solo conduttore (come nel caso della resistenza) anziché alla coppia di conduttori e poi considerare un valore doppio nel calcolo.

Questa induttanza che risulta essere fittizia, non esistendo per un solo conduttore, viene definita:

INDUTTANZA DI ESERCIZIO

L’induttanza è un concetto di circuito e non di conduttore, per questo è fisicamente sbagliato pensarla dovuta ad un solo conduttore.

Esprimendo l’induttanza con il logaritmo in base 10, si ottiene per la parte tra i due conduttori:

$$\boxed{L' = \frac{\Phi'}{I} = \frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{2D}{d} = 0{,}46\log\frac{2D}{d}} \quad [\text{mH/km}]$$

Coefficiente di autoinduzione in presenza di conduttori massicci – Linea bifilare

Per la parte interna al conduttore (L″) si può assumere:

$$\boxed{dS = 2\,\pi\,r\,dr} \qquad \text{con} \qquad \boxed{I_r = I\,\frac{r^2}{R^2}}$$

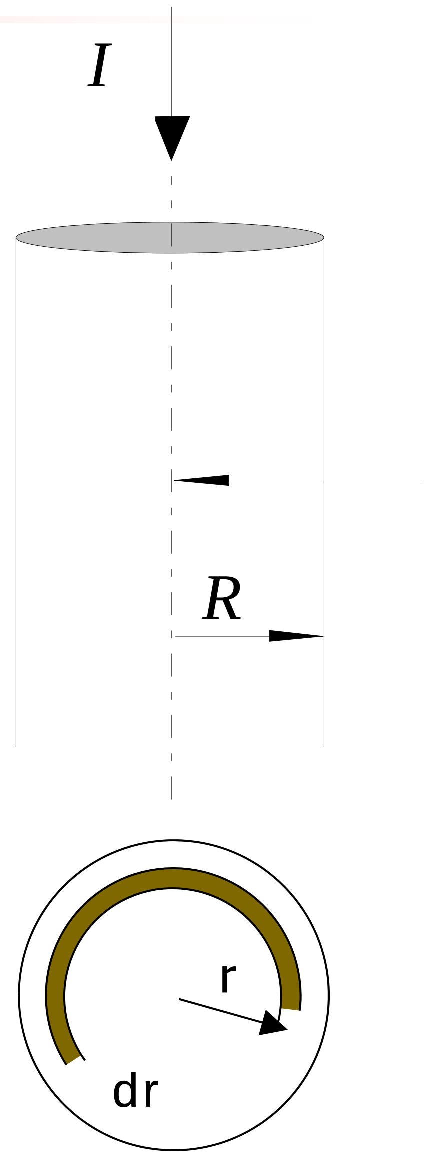
L'energia per volume vale: $$\boxed{dW = \frac{1}{2}\,\mu_0\,H_r^2\,dvol}$$

E integrando:

$$\boxed{W = \frac{1}{2}L''\,I^2 = \int_0^R \frac{1}{2}\,\mu_0\,H_r^2\,dvol}$$

Da cui l'induttanza interna al conduttore risulta un valore costante pari a :

$$\boxed{L'' = 0{,}05} \quad [mH/km]$$



Parametri delle linee elettriche in corrente alternata monofase a frequenza industriale

REATTANZA INDUTTIVA

Dalla relazione

$$L_d^* = l \cdot \left[0{,}1 + 0{,}4 \ln\left(\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{R}}\right) \right] \qquad [\mu\mathrm{H}]$$

si ottiene la reattanza induttiva del tratto di linea in esame:

$$\mathrm{X}_{\mathrm{d}}^* = \omega\, L_d^* = \omega\, l \cdot \left[0{,}1 + 0{,}4 \ln\left(\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{R}}\right) \right] \qquad [\mu\Omega]$$

Questa reattanza si può supporre, in modo fittizio, ripartita tra i due conduttori della linea, ottenendo così la <u>reattanza induttiva per un singolo conduttore</u>:

$$\boxed{\mathrm{X}_{\mathrm{d}} = \frac{\mathrm{X}_{\mathrm{d}}{}^*}{2} = \omega\, l \cdot \left[0{,}05 + 0{,}46 \log_{10}\left(\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{R}}\right) \right]} \qquad [\mu\Omega]$$

Parametri delle linee elettriche in corrente alternata monofase a frequenza industriale

REATTANZA CAPACITIVA

La reattanza capacitiva trasversale *Xt* rappresenta infine l'effetto dell'accoppiamento capacitivo tra i conduttori del tratto di linea.

Essendo C_d la capacità tra i due conduttori del tratto di linea considerato, si ha:

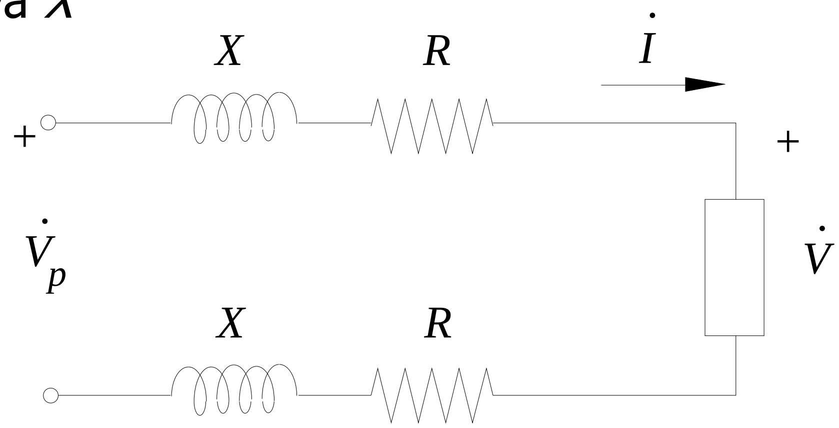
$$X_t = -\frac{1}{\omega \ C_d} \qquad [\Omega]$$

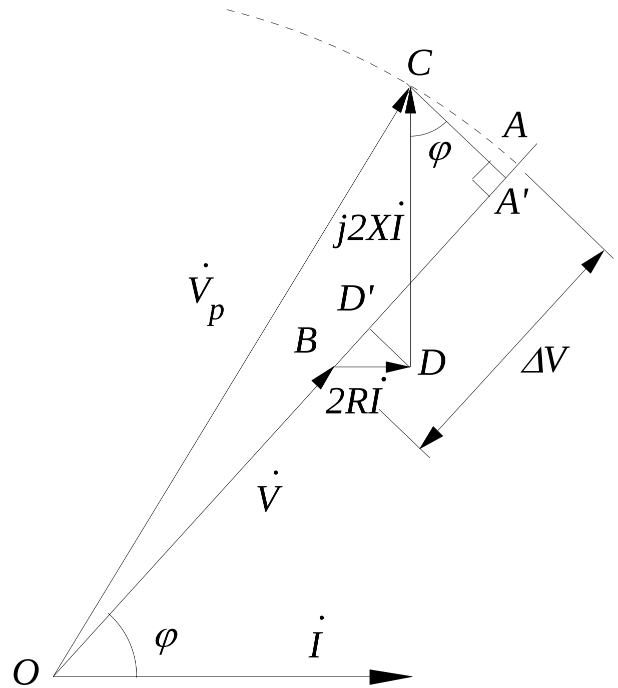
La reattanza capacitiva serve per il calcolo della corrente assorbita a vuoto dalla linea e per lo studio di alcune particolari condizioni di guasto.

Essa è importante per le linee in cavo, mentre per le linee aeree assume valori tali per cui il suo effetto è trascurabile

Caduta di tensione lungo una linea elettrica in corrente alternata monofase

Trascurando la reattanza capacitiva tra i conduttori, la linea elettrica può essere schematizzata con due conduttori, ciascuno di resistenza *R* e reattanza induttiva *X*





$$\left|\Delta V\right| = \overline{AB} \cong \overline{A'B} = \overline{A'D'} + \overline{D'B}$$

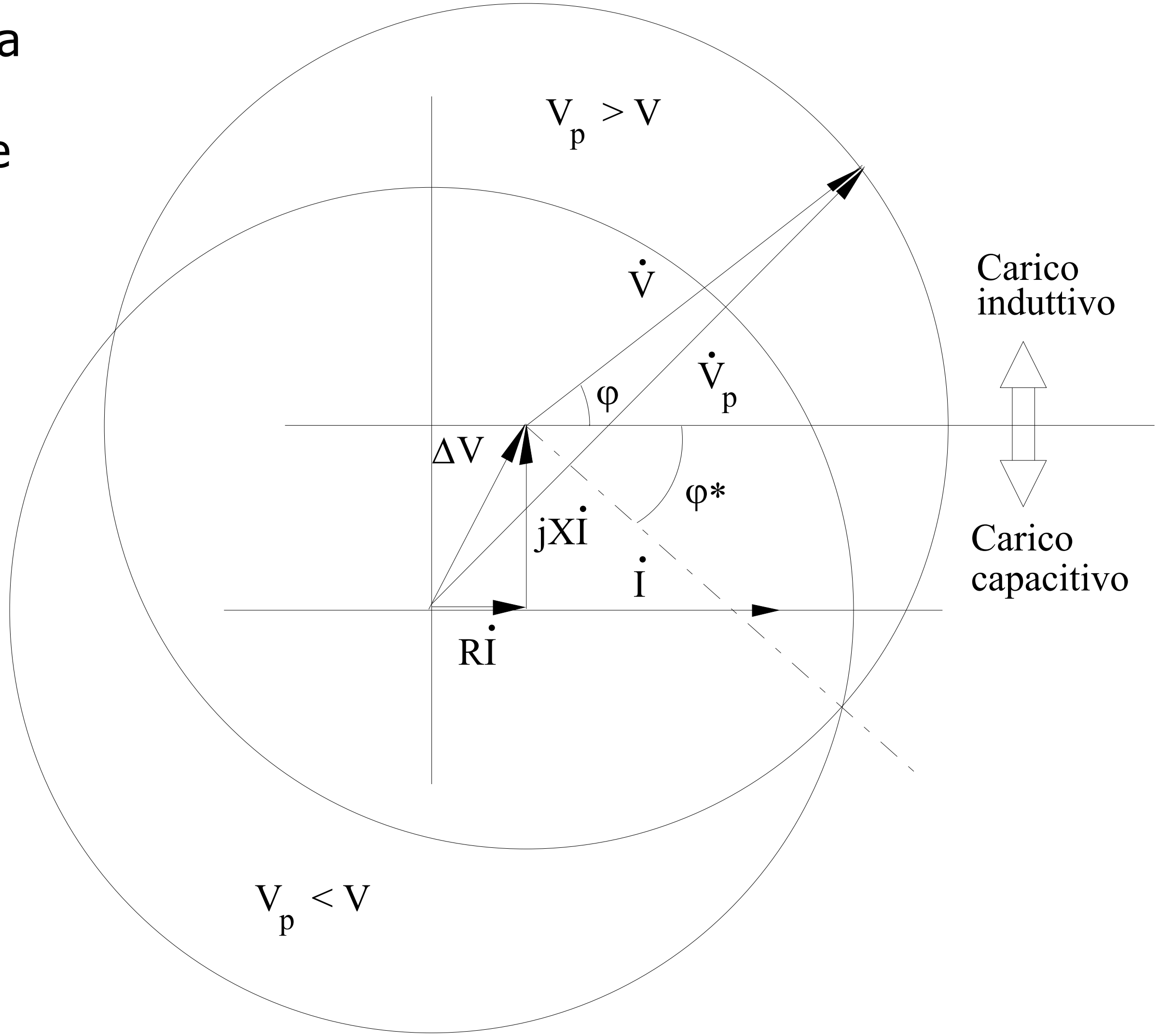
$$\left|\Delta V\right| = 2\left(RI\cos\varphi + XI\,\mathrm{sen}\varphi\right)$$

Per le linee a bassa e media tensione interessano di solito soltanto le ampiezze delle tensioni di partenza e di quella sul carico e non il loro sfasamento, mentre nelle grandi linee bisogna tenerne conto

Caduta di tensione lungo una linea elettrica in corrente alternata monofase - Diagramma di Kapp

L'espressione precisa della caduta di tensione contiene un terzo termine aggiuntivo di seconda approssimazione che può divenire importante per valori di prossimi a 0 oppure a 90°, o per carichi capacitivi

$$\frac{\left(XI\cos\varphi - RIsin\varphi\right)^2}{2V}$$



Caduta di tensione lungo una linea elettrica in corrente alternata monofase e trifase

Trascurando il termine di secondo ordine,

- la caduta di tensione per una linea elettrica monofase risulta

$$\boxed{\left|\Delta \mathrm{V}\right| = 2\left(RI\,cos\varphi + XI\,sen\varphi\right)}$$

- la caduta di tensione stellata per una linea elettrica trifase risulta

$$\boxed{\left|\Delta \mathrm{E}\right| = \left(RI\,cos\varphi + XI\,sen\varphi\right)}$$

- la caduta di tensione concatenata per una linea elettrica trifase risulta

$$\boxed{\left|\Delta \mathrm{V}\right| = \sqrt{3}\left|\Delta \mathrm{E}\right| = \sqrt{3}\left(RI\,cos\varphi + XI\,sen\varphi\right)}$$

Dimensionamento di una linea a sbalzo in corrente alternata in bassa tensione

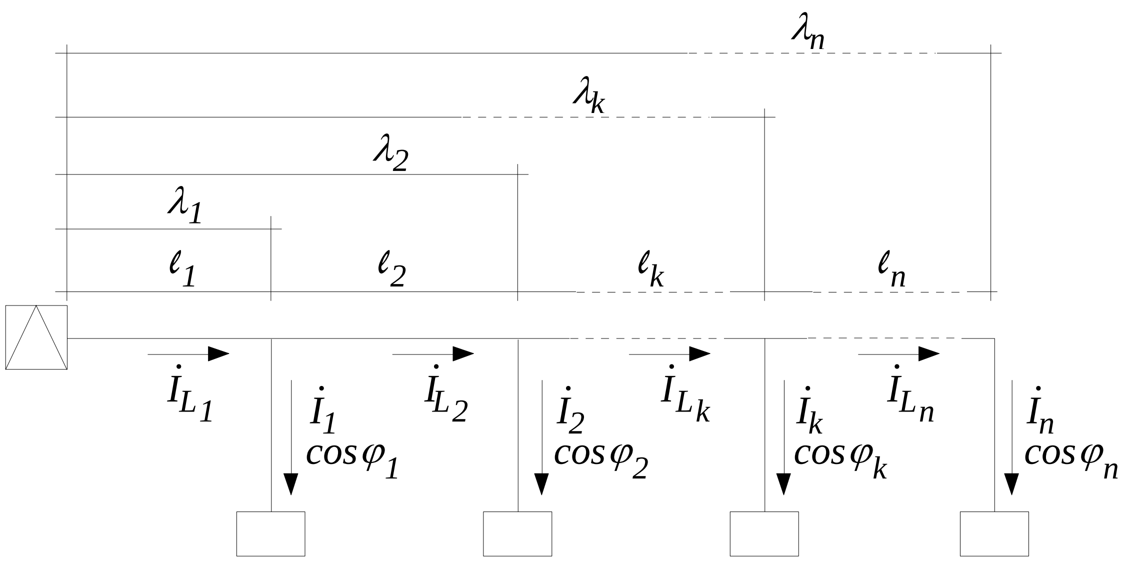
Nelle linee in bassa tensione, la reattanza induttiva *X* è molto spesso trascurabile, per cui la caduta di tensione può essere semplicemente calcolata con la relazione approssimata,

- per una linea elettrica monofase: $\boxed{\Delta V = 2\, R\, I\, cos\varphi}$

$$\boxed{\Delta V = \frac{2\rho}{S} \sum_{k=1}^{n} \lambda_k\, I_k\, cos\varphi_k}$$

- per una linea elettrica trifase: $\boxed{\Delta V = \sqrt{3}\; R\, I\, cos\varphi}$

$$\boxed{\Delta V = \frac{\sqrt{3}\rho}{S} \sum_{k=1}^{n} \lambda_k\, I_k\, cos\varphi_k}$$



Essendo $I\, cos\varphi$ la parte della corrente in fase con la tensione, si ha che $R\, I\, cos\varphi$ è in fase con la tensione.

Ponendo $i_k = I_k\, cos\varphi_k$, per il dimensionamento delle linee in alternata valgono gli stessi criteri per le linee in continua

Dimensionamento di una linea a sbalzo in corrente alternata in media ed alta tensione

Il dimensionamento di linee elettriche con valore non trascurabile di reattanza induttiva, come nel caso delle linee aeree in media ed alta tensione, va effettuato tenendo in considerazione anche la componente reattiva della corrente di linea

Il dimensionamento nel caso monofase dovrà rispettare la condizione:

$$\Delta V = 2(R\ I\ cos\varphi + X\ I\ sen\varphi) =$$

$$= 2\,\ell\ I(R_{km}\ cos\varphi + X_{km} sen\varphi) \leq \Delta V_{max}$$

Nel caso di una linea trifase, la condizione da rispettare per il dimensionamento della sezione è

$$\Delta V = \sqrt{3}\left(R\ I\ cos\varphi + X\ I\ sen\varphi\right) =$$

$$= \sqrt{3}\ \ell\ I\left(R_{km}\ cos\varphi + X_{km}\ sen\varphi\right) \leq \Delta V_{max}$$